EXERCICES POUR ENTRER EN 1$^{\text{ère}}$

(Memento à la fin)

Les exercices qui suivent font appel à des notions essentielles du collège et du cours de 2nde qu'il est important de très bien maitriser en entrant en 1$^{\text{ère}}$. Il est conseillé de reprendre le cours avant de les traiter. Ces exercices sont à faire pendant les vacances et pourront être contrôlés à la rentrée.

Exercice 1 Calcul numérique : Fractions, puissances

Calculer et donner le résultat sous forme d'un entier ou d'une fraction irréductible :

$$A=\frac{2}{5}+\frac{8}{5}\times\frac{17}{12}\qquad B=\frac{5}{\frac{4}{3}}\qquad C=\frac{\frac{5}{4}}{3}\qquad D=\frac{1+\frac{1}{3}}{2}\qquad E=\frac{51}{-26}\times\frac{-49}{15}\times\frac{65}{119}\qquad F=\left(\frac{1}{6}-\frac{2}{3}\right)^2\div\frac{5}{8}-\frac{8}{3}$$

$$G=-2^3\qquad H=2^{-3}\qquad I=\frac{21\times10^{-13}}{3\times10^{-14}}\qquad J=\left(-\frac{3}{2}\right)^2+\left(\frac{4}{3}\right)^{-1}\qquad K=\frac{(-5)^4\times7^2\times(-2)^{-3}}{(-4)^4\times(-1)^5\times25}\qquad L=\left(\frac{4^{-2}\times8^4}{90^7\times30^{-2}}\right)^3$$

Exercice 2 Calcul numérique : Racines, valeurs absolues

1) Calculer :

$$A=\sqrt{10^{-20}}\qquad B=\sqrt{50}+\sqrt{18}+\sqrt{8}\qquad C=\sqrt{50}\times\sqrt{18}\times\sqrt{8}\qquad D=\left(3\sqrt{2}-2\right)\left(2+\sqrt{2}\right)$$

$$E=\sqrt{25+2^2\times5}-\sqrt{10^2+25}\qquad F=|17-25|\qquad G=\left|12-7\sqrt{3}\right|\qquad H=|-3+\pi|$$

2) Supprimer les radicaux au dénominateur et simplifier.

$$A=\frac{5\sqrt{3}}{2\sqrt{2}-1}\qquad B=\frac{3+4\sqrt{3}}{3+2\sqrt{3}}\qquad C=\frac{2\sqrt{3}+1}{2\sqrt{3}-1}+\frac{2\sqrt{3}-1}{2\sqrt{3}+1}$$

3) Indiquer à quel ensemble appartient x et illustrer graphiquement

a) $|x-3|\leqslant5$ b) $|2-x|\leqslant7$ c) $|x-3|\geqslant4$ d) $|2-x|\geqslant5$

4) Traduire à l'aide d'une valeur absolue

a) $x\in[3;7]$ b) $x\in[-2;8]$ c) $x\in\,]-\infty;-4]\cup[4;+\infty[$

d) $x\in\,]-\infty;2]\cup[10;+\infty[$ e) $x\in\,]-\infty;-5]\cup[11;+\infty[$

Exercice 3 Calcul littéral

1) Simplifier sous forme d'une fraction les expressions suivantes.

$$A=8\times\left(\frac{x+2}{4}-\frac{x-2}{2}\right)\qquad B=\frac{2}{x}-\frac{3}{x^2}+\frac{4}{x^3}\qquad C=\frac{2x^2+4x}{x+2}\ \text{avec}\ x\neq-2$$

2) Soit x un réel. Réduire les expressions suivantes :

$$A=2(1-x)-(2x-1)(x-3)\qquad B=3x-2-\frac{1-x}{2}\qquad C=3(x-2)^2-(2x+3)^2$$

3) Factoriser les expressions suivantes en un produit de facteurs du premier degré.

$$A=8x^3-16x^2+8x\qquad B=(x+5)(2x-3)-(6x-9)\qquad C=16x^2-9$$

$$D=4x^2+12x+9\qquad E=(3x+2)(x-5)+x^2-25\qquad F=(3x-1)^2+(1-3x)(x+1)$$

4) Montrer que, pour tout réel x différent de – 1, on a les égalités suivantes :

a) $1-x+\dfrac{x^2}{1+x}=\dfrac{1}{1+x}$ b) $\dfrac{1}{x(x+1)}=\dfrac{1}{x}-\dfrac{1}{x+1}$

Exercice 4 Équations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

(E_1) : $3x = 0$ (E_2) : $3x^{-1} = 1$ (E_3) : $x^2 = 5$ (E_4) : $\dfrac{x+3}{2} - \dfrac{-5x+12}{6} - 1 = \dfrac{4x-3}{3}$

(E_5) : $5x(6x-1) = 0$ (E_6) : $\dfrac{2}{x+1} = \dfrac{x+1}{18}$ (E_4) : $\dfrac{x-4}{x+3} - \dfrac{x-4}{(x+3)(x+4)} = \dfrac{x-3}{x+4}$

Exercice 5 Inéquations

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les inéquations suivantes :

(I_1) $\dfrac{3x+1}{4} - \dfrac{x+7}{12} < \dfrac{3x-1}{3}$ (I_2) $\dfrac{x+5}{x+3} - \dfrac{3x+2}{x(x+3)} \geqslant \dfrac{-2}{x}$ (I_3) $-3x^2(7x-15)(11-5x) \leqslant 0$

Exercice 6   Fonctions : Ensembles de définition

Déterminer l'ensemble de définition de la fonction f dans les cas suivants :

1) $f(x) = \dfrac{-5}{x^2-4}$ **2)** $f(x) = \sqrt{2-7x}$

Exercice 7 Pourcentages

Dans son stock de 3 000 livres, un libraire possède 180 livres de cuisine et 18 % de BD.

1) Quel est le pourcentage de livres de cuisine ?

2) Quel est le nombre de BD ?

3) Le libraire décide de solder tous les livres de cuisine. Il fait une première remise de 10 %, puis une seconde de 25 %. Quel est le pourcentage global de remise sur le prix d'origine ?

Exercice 8 Fonctions : Variations

f est une fonction définie sur l'intervalle $I = [-8;14]$. Son tableau de variation est :

x	-8		0		4		10		14
$f(x)$	-4	$\nearrow$	6	$\searrow$	-8	$\nearrow$	-2	$\searrow$	-6

1) Compléter :

- Le minimum de f sur I est : ……………………………………
- Le maximum de f sur $[6;14]$ est : …………………………..
- L'équation $f(x) = 0$ admet …………… solutions sur $I = [-8;14]$.
- 14 est un maximum de f sur I : Vrai ☐ Faux ☐
- f est monotone sur $[0; 4]$: Vrai ☐ Faux ☐
- Pour tout $x \in I$, $f(x) \geq -9$: Vrai ☐ Faux ☐

2) Dessiner une allure possible de la courbe (on prendra 1 cm ou 1 carreau pour 2 unités).

<u>Exercice 9</u> Fonction de référence

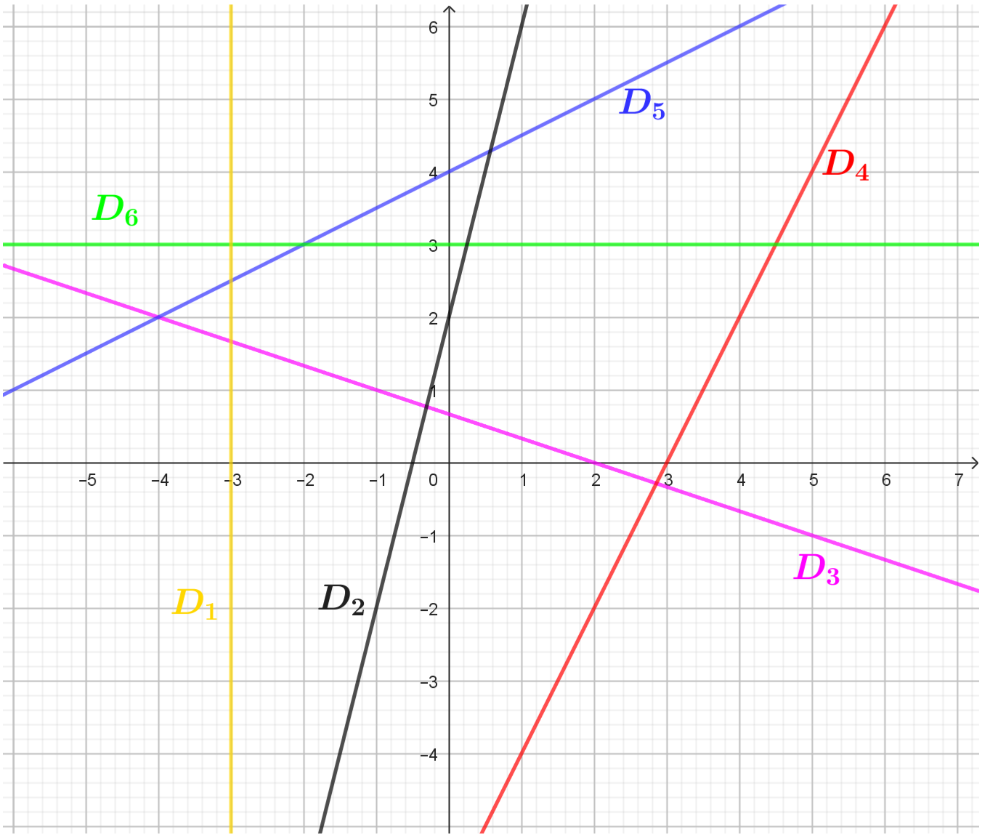
1) Tracer la représentation graphique des fonctions $f_1 : x \mapsto 2x - \frac{1}{2}$ et $f_2 : x \mapsto -\frac{3}{4}x + 2$ dans un repère $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,\right)$. Pour chacune des représentations graphiques de ces fonctions, déterminer leur coefficient directeur et leur ordonnée à l'origine.

2) Tracer les courbes des fonctions carré, inverse, racine carrée et cube dans un repère $\left(O; \vec{i}\,; \vec{j}\,\right)$.

3) Déterminer les sens de variation des fonctions carré, inverse, racine carrée et cube et savoir le démontrer.

<u>Exercice 10</u> : Equations de droites

Déterminer les équations de droites (réduites et cartésiennes)



<u>Exercice 11</u> Vecteurs : Constructions

Soient A, B et C trois points distincts.
Construire sur une feuille non quadrillée à la règle et au compas les points M et N tels que :

1) $5\overrightarrow{MA} + 3\overrightarrow{MB} = \vec{0}$ **2)** $2\overrightarrow{NA} - \overrightarrow{NB} + 3\overrightarrow{NC} = \vec{0}$

<u>Exercice 12</u> Vecteurs : Constructions avec paramètre

Soit ABC un triangle quelconque. On définit les points D et E par $\overrightarrow{AD} = 2\overrightarrow{AB} + k\overrightarrow{AC}$ et $\overrightarrow{AE} = k\overrightarrow{AB} + 2\overrightarrow{AC}$

1) Construire les points D et E dans les cas suivants : **a)** $k = 3$ **b)** $k = \frac{3}{2}$

2) Qu'observe-t-on sur les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BC}$?

3) Démontrer que pour tout réel k les vecteurs $\overrightarrow{DE}$ et $\overrightarrow{BC}$ sont colinéaires

4) Déterminer le réel k pour lequel : **a)** D et E sont confondus **b)** $\overrightarrow{BC} = \frac{1}{2}\overrightarrow{DE}$

<u>Exercice 13</u> Géométrie repérée

On considère les points $A(1;1)$, $B(3;0)$, $C(4;2)$, $D(2;3)$.

1) Déterminer les coordonnées du milieu de $[AC]$
2) Déterminer la nature du quadrilatère ABCD.

<u>Exercice 14</u> Droites dans un repère

1) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_1) passant par les points $A(-5;7)$ et $B(10;-2)$.
2) Déterminer une équation cartésienne de la droite (d_2) passant par le point $C(3;2)$ ayant pour vecteur directeur $\vec{v}(4;-2)$.
3) Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (d_1) et (d_2).
4) Déterminer l'équation réduite de la droite (d_3) parallèle à la droite Δ d'équation $y=(\sqrt{3}+1)x+\sqrt{3}$, et passant par le point $A(\sqrt{3}-1;-2)$.
5) Déterminer, quand il existe, le coefficient directeur et un vecteur directeur des droites suivantes :

   a) (d_4): $y=0$. **b)** (d_5): $y=-\dfrac{2x}{3}$. **c)** (d_6): $x=100$.

<u>Exercice 15</u> Système

Résoudre le système suivant: $\begin{cases} 2x+3y=-4 \\ 6x-2y=21 \end{cases}$

<u>Exercice 16</u> Probabilités

Deux urnes U_1 et U_2 contiennent chacune des boules blanches et des boules noires indiscernables au toucher.
La probabilité de tirer une boule blanche dans l'urne U_1 vaut 0,3 et dans l'urne U_2 vaut 0,4.
On tire successivement une boule de l'urne U_1 puis une boule de l'urne U_2.

1) Décrire en français l'événement contraire de l'événement « tirer une seule boule noire ».
2) Modéliser l'expérience par un arbre pondéré de probabilité.
3) Calculer la probabilité de tirer une boule blanche <u>puis</u> une boule noire.
4) Calculer la probabilité de tirer deux boules de même couleur.

<u>Exercice 17</u> Raisonnement, logique

Les questions sont indépendantes

1) Dans chaque cas, écrire la **négation** de la proposition, puis exprimer l'ensemble par un intervalle ou une réunion d'intervalles.

   a) $x<3$ **et** $x>1$ **b)** $x\geq -2$ **ou** $x<3$

2) Écrire la **négation** de: « f est une fonction telle que pour tout réel x de l'intervalle [0 ; 1], $f(x)=2$ ».
3) Dans chaque cas, indiquer si $P\Rightarrow Q$ ou si $Q\Rightarrow P$ ou si $P\Leftrightarrow Q$, puis écrire la **contraposée** de $P\Rightarrow Q$

   a) P : $a>2$ Q : $a>0$.

   b) P : $x^2=9$ Q : $x=3$.

   c) P : $x>3$. Q : $x^2>9$.

4) Dans chaque cas, indiquer si l'implication est vraie ou fausse, puis énoncer la **réciproque** et indiquer si elle est vraie ou fausse.

a) Si $x=1$, alors $\frac{1}{x}=1$ **b)** Si $\frac{1}{x}>1$, alors $x<1$

5) Compléter les phrases suivantes eu utilisant « Pour tout… on a… » ou bien « Il existe un… tel que… »

x	0		2		4		5
$f(x)$	-4	↘	-5	↗	-1	↘	- 2

a) …………………….. réel x appartenant à $[0;4]$ …………….. $f(x)\leq -1$

b) …………………….. réel x appartenant à $[0;4]$ …………….. $f(x)\geq -2$

<u>Exercice 18</u>

Algorithmique : Conditionnelle

Soit f la fonction affine définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x)=mx+p$.

Compléter en langage Python la fonction ci-contre à deux arguments m et p qui détermine les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ est positive.

```
def signe(m,p):
    if m==0:
        if ............... :
            print ("f(x) est positive sur R")
        else :
            print ("f(x) n'est pas positive sur R")
    else:
        if .......... :
            print("f(x)>0 pour x<",.........)
        else:
            print ("f(x)>0 pour x>",.........)
```

<u>Exercice 19</u> Algorithmique **: Boucle**

Un fabricant de lampes de poche fabrique un nombre L de lampes.

Chaque année à venir, il souhaite produire 20 % de plus de lampes.

```
def prod(L):
    N=0
    while L<........:
        ..........
        ..........
    return (....)
```

1) Compléter le script proposé pour calculer dans combien d'années il produira strictement plus de 10 000 lampes.

2) Cette année, ce fabricant produit 2 500 lampes. Faites tourner cet algorithme sur votre calculatrice et indiquer le nombre d'années dans lequel il produira plus de 10 000 lampes.

MEMENTO : RÈGLES DE CALCUL AVEC LES RÉELS

FRACTIONS

Soient *a*, *b*, *c* et *d* des réels avec *b* et *d* non nuls.

Simplification	$\frac{a}{b}=\frac{a\times c}{b\times c}=\frac{a\div d}{b\div d}$ avec $c\neq 0$			
Addition et soustraction	$\frac{a}{b}\pm\frac{c}{d}=\frac{ad\pm cb}{bd}$	En particulier : $\frac{a}{b}+\frac{c}{bd}=\frac{ad+c}{bd}$		
Produit et quotient	$\frac{a}{b}\times\frac{c}{d}=\frac{ac}{bd}$	$\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ avec $c\neq 0$.		
Cas particuliers	$\frac{a}{b}\times\frac{c}{b}=\frac{ac}{b^2}$	$\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}=\frac{ad}{bc}$ avec $c\neq 0$.	$\frac{\frac{a}{b}}{c}=\frac{a}{bc}$	$\frac{a}{\frac{b}{c}}=\frac{ac}{b}$

PUISSANCES

Soit $a\in\mathbb{R}$ et $n\in\mathbb{N}$

Si $n\neq 0$ alors $a^n=a\times a\times\ldots\times a$ (n facteurs) et $\forall a\neq 0,\ a^{-n}=\frac{1}{a^n}$
En particulier : $a^1=a$ et $\forall a\neq 0,\ a^{-1}=\frac{1}{a}$
Si $n=0$ alors $a^0=1$

Soient $a,b\in\mathbb{R}^*$ et $\forall n,m\in\mathbb{N}$

$a^n\times a^m=a^{n+m}$	$\frac{a^n}{a^m}=a^{n-m}$	$\left(a^n\right)^m=a^{n\times m}$	$(ab)^m=a^m\times b^m$	$\left(\frac{a}{b}\right)^m=\frac{a^m}{b^m}$

RACINES CARRÉES

Soit $a\in\mathbb{R}_+$

La **racine carrée de** a désigne le nombre <u>positif</u> noté $\sqrt{a}$ tel que $\left(\sqrt{a}\right)^2=a$.

Soient $a,b\in\mathbb{R}_+$

$\sqrt{a}\times\sqrt{b}=\sqrt{ab}$	Si $b\neq 0$, $\frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}}=\sqrt{\frac{a}{b}}$

Attention ! La plupart du temps, $\sqrt{a+b}\neq\sqrt{a}+\sqrt{b}$

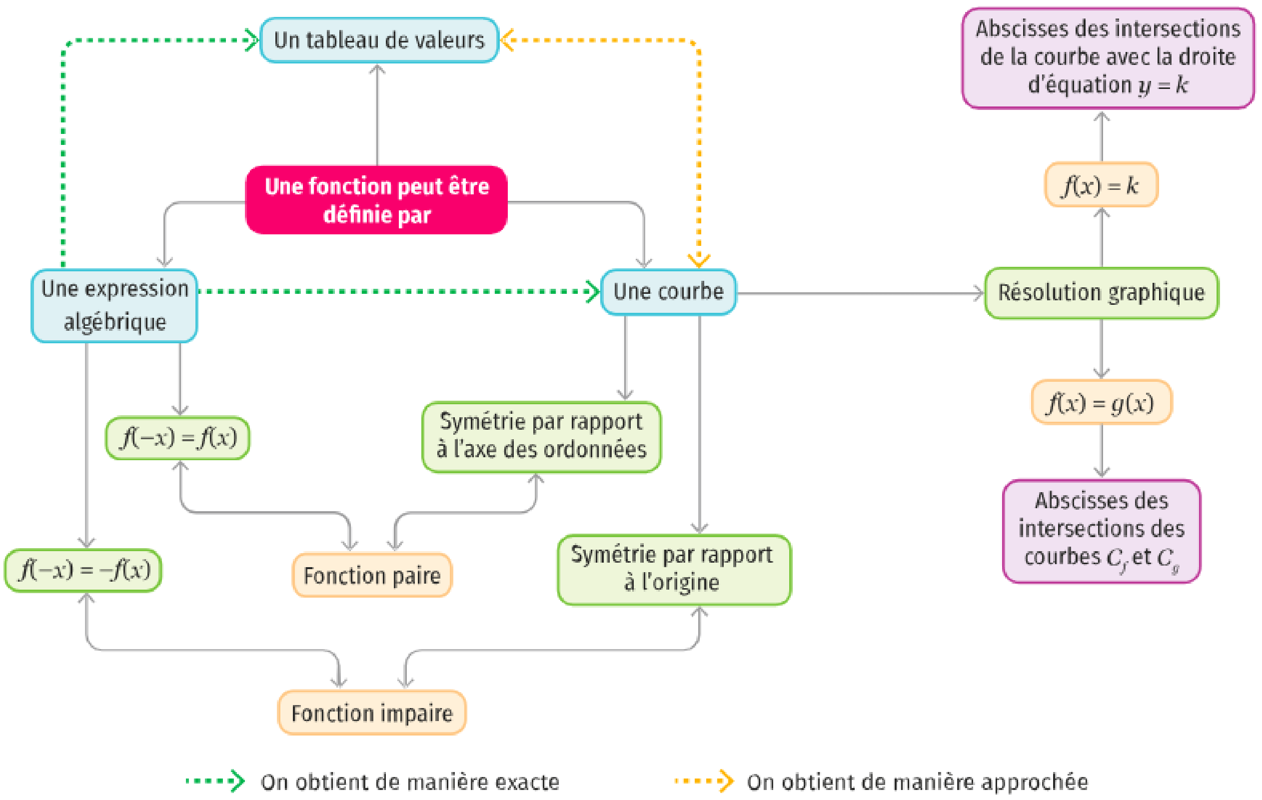
IDENTITÉS REMARQUABLES

Soient $a,b\in\mathbb{R}$

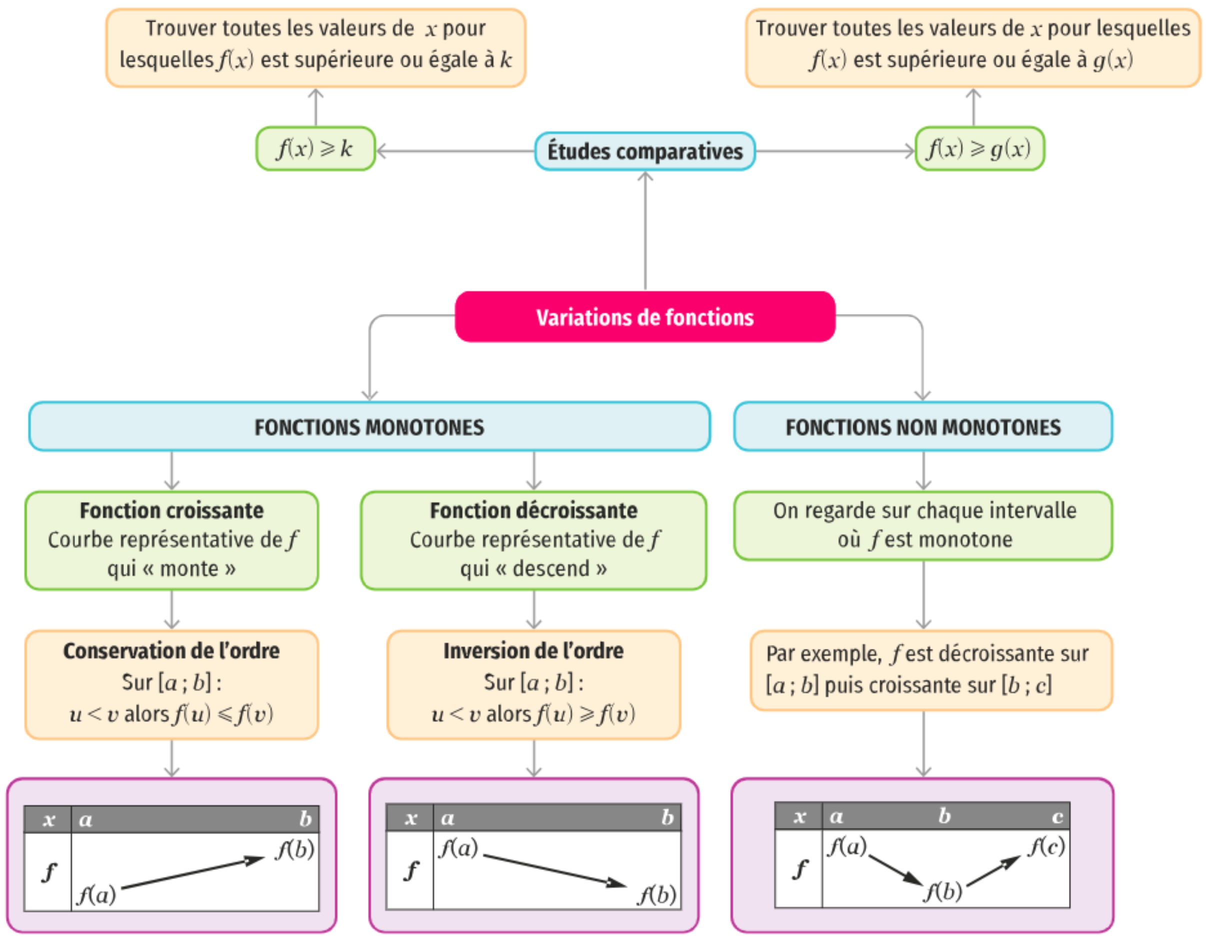
$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$	$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$	$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$
$(a+b)^3=a^3+3a^2b+3ab^2+b^3$	$(a+b)^3=a^3-3a^2b+3ab^2-b^3$	$a^3-b^3=(a-b)(a^2+ab+b^2)$ $a^3+b^3=(a+b)(a^2-ab+b^2)$

RAPPELS DE 2^{NDE}

Généralités sur les fonctions



Variations des fonctions



Fonctions affines

FONCTION AFFINE
$f : x \mapsto mx + p$

La représentation graphique est une droite non parallèle à l'axe des ordonnées

$p = 0$:
- Fonction linéaire
- Fonction impaire
- Représentation graphique passant par l'origine

$m = 0$:
- Fonction constante
- Fonction paire
- Représentation graphique parallèle à l'axe des abscisses

Pour tous réels distincts a et b

$$\frac{f(b) - f(a)}{b - a} = m$$

$m < 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
f	↘	0	↘
$f(x)$	$+$	0	$-$

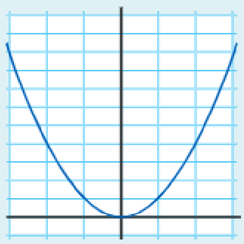
$m > 0$:

x	$-\infty$	$-\frac{p}{m}$	$+\infty$
f	↗	0	↗
$f(x)$	$-$	0	$+$

Fonctions de référence

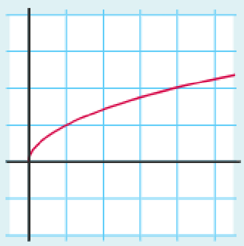
FONCTIONS DE RÉFÉRENCE

Carré



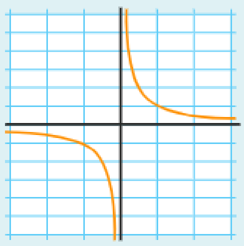
- Définie sur $\mathbb{R}$
- Strictement décroissante sur $\mathbb{R}^-$
- Strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$
- Positive sur $\mathbb{R}$
- Paire

Racine carrée



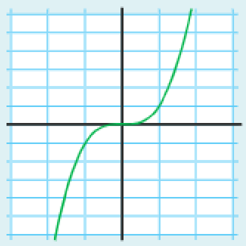
- Définie sur $\mathbb{R}^+$
- Strictement croissante sur $\mathbb{R}^+$
- Positive sur $\mathbb{R}^+$

Inverse



- Définie sur $\mathbb{R}^*$
- Strictement décroissante sur $\mathbb{R}^{-*}$ et sur $\mathbb{R}^{+*}$
- Strictement négative sur $\mathbb{R}^{-*}$
- Strictement positive sur $\mathbb{R}^{+*}$
- Impaire

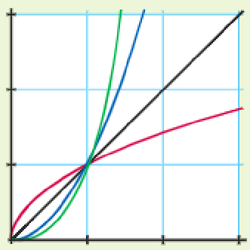
Cube



- Définie sur $\mathbb{R}$
- Strictement croissante sur $\mathbb{R}$
- Négative sur $\mathbb{R}^-$
- Positive sur $\mathbb{R}^+$
- Impaire

Position relative des courbes

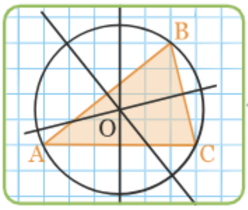
- Si $0 < x < 1$, alors $x^3 < x^2 < x$
- Si $x > 1$, alors $x < x^2 < x^3$



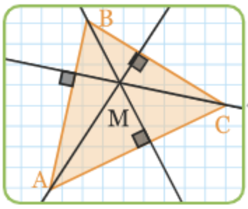
Repérage de configurations dans le plan.

REPÉRAGE DANS LE PLAN

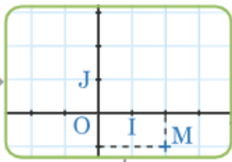
- Quadrilatères
  - Parallélogramme, losange, rectangle, carré
- Médiatrices et centre du cercle circonscrit



- Hauteurs et orthocentre



- Repère orthonormé



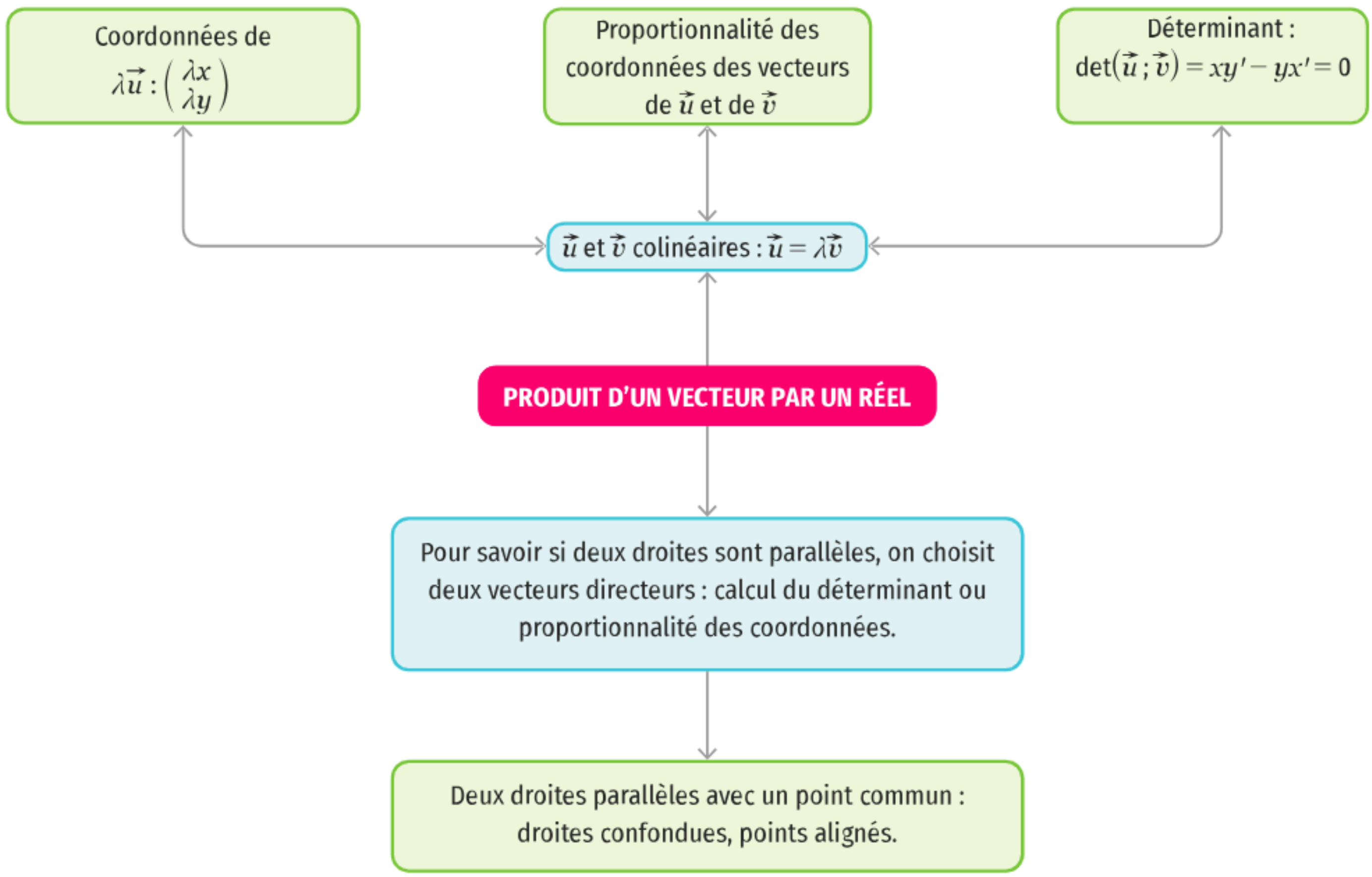
  - Distance entre deux points A et B
    - $\sqrt{(x_B - x_A)^2 + (y_B - y_A)^2}$
  - Alignement de 3 points A, B et C dans cet ordre
    - AB + BC = AC
  - Milieu du segment [AB]
    - $I\left(\frac{x_B + x_A}{2} ; \frac{y_B + y_A}{2}\right)$
- Repère ni orthogonal, ni orthonormé
  - Milieu du segment [AB]
- Repère orthogonal
  - Milieu du segment [AB]

Notions de vecteur

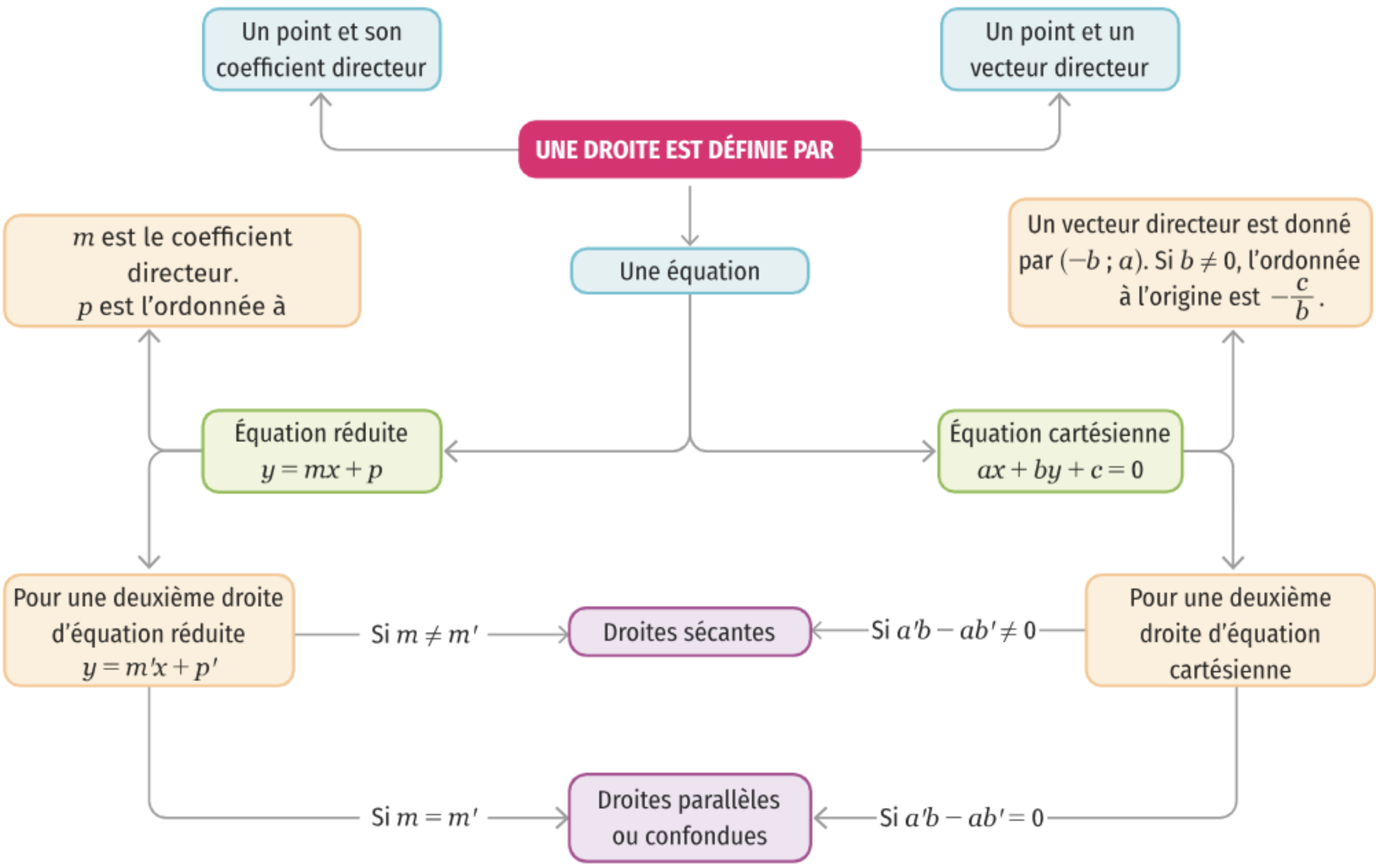
NOTION DE VECTEUR

- **Géométriquement**
  - Un vecteur est défini par une norme, un sens et une direction
  - $\overrightarrow{AB} = \overrightarrow{CD} \Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme
  - $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AD} \Leftrightarrow$ ABDC est un parallélogramme
  - Relation de Chasles : $\overrightarrow{AB} + \overrightarrow{BC} = \overrightarrow{AC}$
- **Analytiquement** dans un repère orthogonal
  - Calcul de coordonnées : $\overrightarrow{AB}\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$
  - $\vec{u} = \vec{v} \Leftrightarrow \begin{cases} x_{\vec{u}} = x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} = y_{\vec{v}} \end{cases}$
  - $\vec{u} + \vec{v} \begin{pmatrix} x_{\vec{u}} + x_{\vec{v}} \\ y_{\vec{u}} + y_{\vec{v}} \end{pmatrix}$

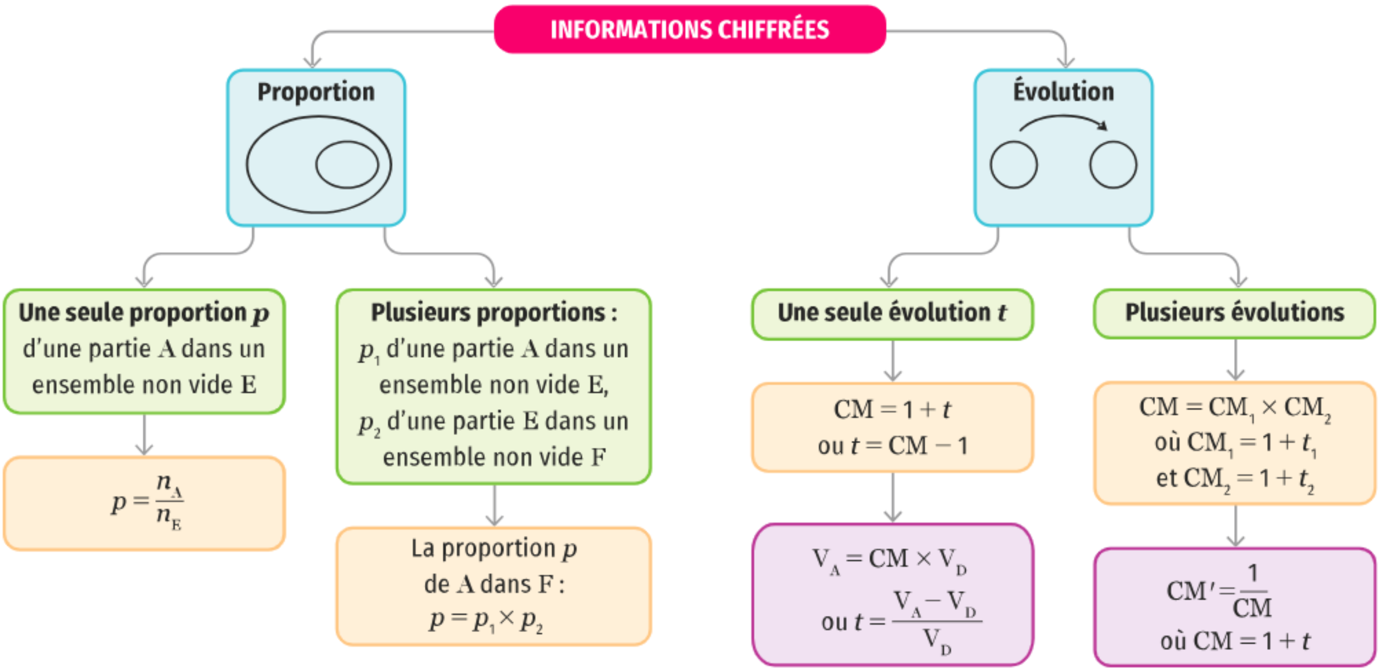
Colinéarité de vecteurs



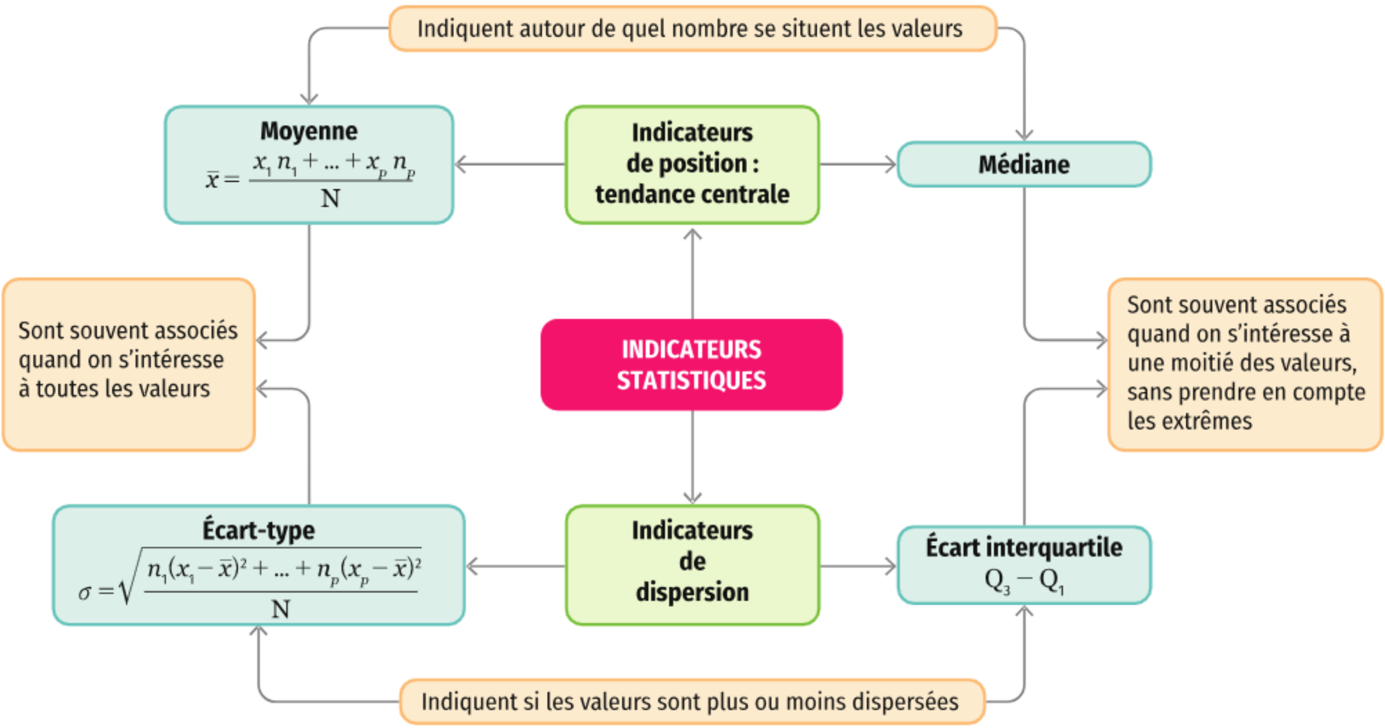
Equation de droites



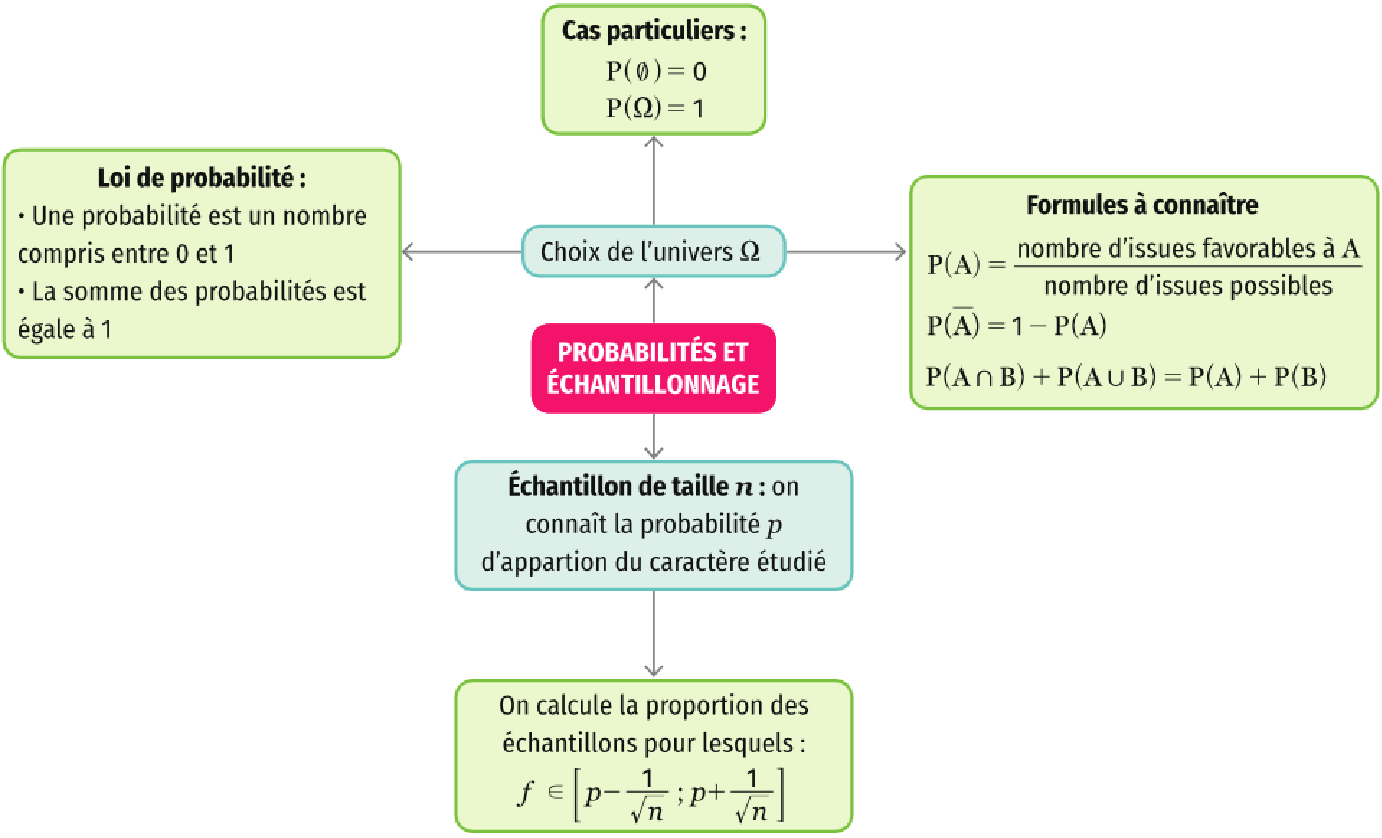
Informations chiffrées



Statistiques descriptives



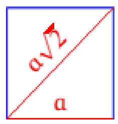
Probabilités et fluctuations



Source : livre scolaire maths 2nde

RAPPELS DE COLLEGE

Longueurs,aires et volumes usuels

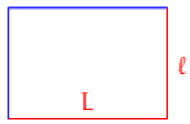


Carré

Périmètre $= 4a$

Aire $= a^2$

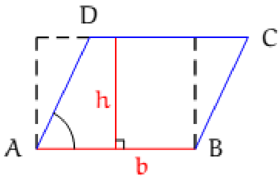
Diagonale $= a\sqrt{2}$



Rectangle

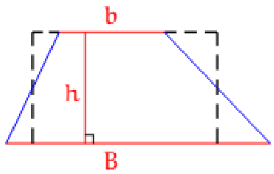
Périmètre $= 2(L + \ell)$

Aire $= L \times \ell$



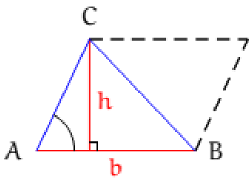
Parallélogramme

$$\text{Aire} = \text{Base} \times \text{Hauteur} = b \times h$$
$$= AB \times AD \times \sin(\widehat{A})$$



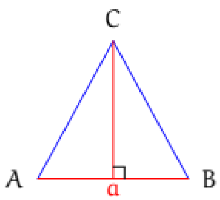
Trapèze

$$\text{Aire} = \frac{(\text{Petite base} + \text{Grande base}) \times \text{Hauteur}}{2}$$
$$= \frac{(B + b) \times h}{2}$$



Triangle

$$\text{Aire} = \frac{\text{Base} \times \text{Hauteur}}{2} = \frac{b \times h}{2}$$
$$= \frac{1}{2} AB \times AC \times \sin(\widehat{A})$$

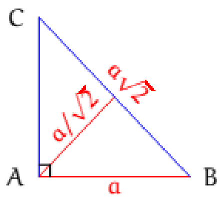


Triangle équilatéral

Périmètre $= 3a$

Hauteur $= \dfrac{a\sqrt{3}}{2}$

Aire $= \dfrac{a^2\sqrt{3}}{4}$

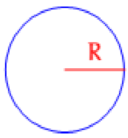


Triangle rectangle isocèle

Hypoténuse $= a\sqrt{2}$

Hauteur $= \dfrac{a}{\sqrt{2}}$

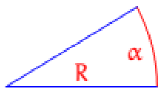
Aire $= \dfrac{a^2}{2}$



Cercle, disque

Périmètre $= 2\pi R$

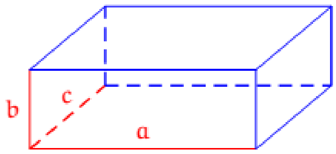
Aire $= \pi R^2$



Secteur angulaire

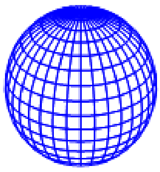
Longueur $= R\alpha$ (α en radians)

Aire $= \dfrac{\alpha}{2\pi}\pi R^2 = \dfrac{\alpha R^2}{2}$



Parallélépipède rectangle

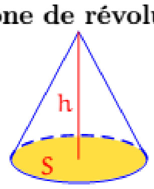
Volume $= abc$



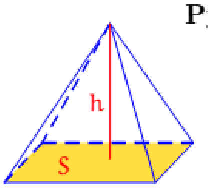
Sphère

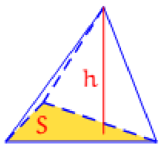
Volume $= \dfrac{4}{3}\pi R^3$

Cône de révolution



Pyramides





Volume $= \dfrac{1}{3}Sh$

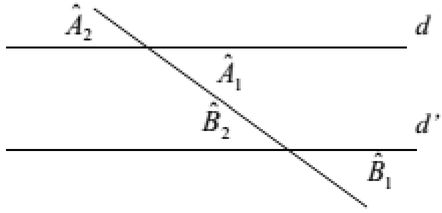
CONFIGURATIONS DU PLAN

LES ANGLES

- **Angles opposés par le sommet :**

Deux angles opposés par le sommet ont même mesure.

- **Deux droites parallèles et une sécante :**



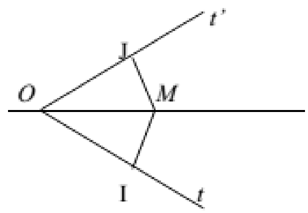
Deux angles correspondants déterminés par deux droites parallèles coupées par une sécante ont même mesure.
Deux angles alternes-internes (respectivement alternes-externes) déterminés par deux droites parallèles coupées par une sécante ont même mesure.

- **Reconnaissance du parallélisme :**

Si les angles A_1 et B_2 (respectivement A_2 et B_1), en position d'angles alternes-internes (respectivement alternes-externes) ont même mesure, alors les droites *d* et *d*' qui les déterminent sont parallèles.

Si les angles A_1 et B_1 , en position d'angles correspondants ont même mesure, alors les droites *d* et *d*' qui les déterminent sont parallèles.

- **Bissectrice d'un angle :**

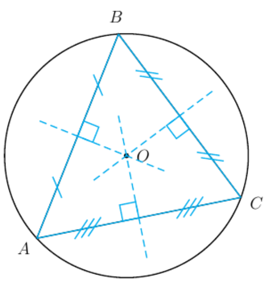


- On appelle bissectrice de l'angle $t\hat{O}t'$ la demi-droite $[OM)$ ou la droite (OM) telle que $tOM = MOt'$.
- Les propriétés suivantes sont équivalentes :

M est un point de la bissectrice de l'angle tOt'.
M est égale distance de $[Ot)$ et de $[Ot')$: $MI = MJ$

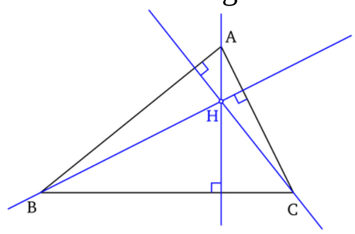
DROITES REMARQUABLES DU TRIANGLE

- **Médiatrices :**



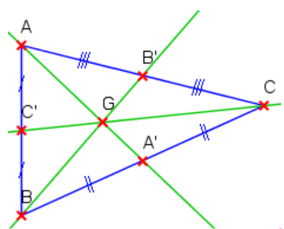
La médiatrice d'un segment $[AB]$ est l'ensemble des points équidistants de A et B.
La médiatrice de $[AB]$est la droite passant par le milieu de $[AB]$et perpendiculaire à (AB).
Médiatrices d'un triangle : Les médiatrices d'un triangle sont concourantes en un point : **le centre du cercle circonscrit au triangle**. Ce point est équidistant des trois sommets du triangle.

- **Hauteurs :**



Dans un triangle, une hauteur est une droite qui passe par un sommet et qui est perpendiculaire au côté opposé.
Les hauteurs d'un triangle sont concourantes en un point appelé **orthocentre.**

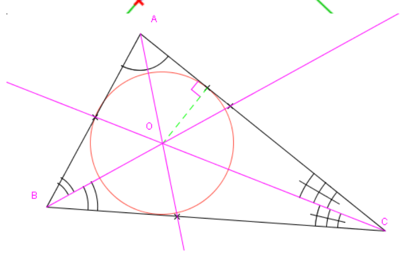
- **Médianes :**



Dans un triangle, une médiane est une droite qui passe par un sommet et par le milieu du côté opposé.
Les médianes d'un triangle sont concourantes en un point appelé **centre de gravité du triangle**.

On a $AG = \frac{2}{3}AA'$ $\quad BG = \frac{2}{3}BB'$ $\quad CG = \frac{2}{3}CC'$

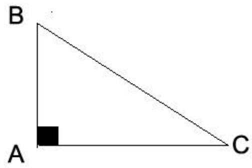
- **Bissectrices :**



Les bissectrices d'un triangle sont concourantes en un point : **le centre du cercle inscrit au triangle**. Ce point est à égale distance des trois côtés du triangle.
Remarque : les côtés du triangle sont tangents au cercle inscrit. Ils sont perpendiculaires au rayon du cercle passant par leur point d'intersection.

THÉORÈMES IMPORTANTS

- **Théorème de Pythagore :**

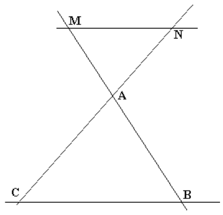


Si ABC est un triangle rectangle en A, alors $BC^2 = AB^2 + AC^2$.

- **Réciproque du théorème de Pythagore :**

Si ABC est un triangle tel que $BC^2 = AB^2 + AC^2$, alors ABC est rectangle en A.

- **Théorème de Thalès :**



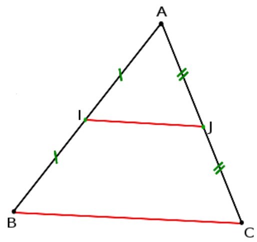
Si (BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A, et si (BC) est parallèle à (MN),

alors : $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC} = \frac{MN}{BC}$

- **Réciproque du théorème de Thalès :**

Si (BM) et (CN) sont deux droites sécantes en A, et si les points A, B, M d'une part et A, C, N d'autre part sont alignés dans le même ordre et si $\frac{AM}{AB} = \frac{AN}{AC}$, alors les droites (BC) et (MN) sont parallèles.

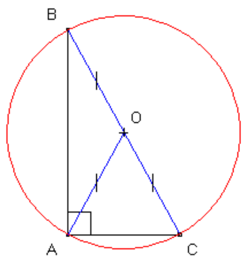
- **Théorème de la droite des milieux :**



Soit ABC un triangle.

- Si I est le milieu de $[AB]$ et J le milieu de $[AC]$, alors (IJ) et (BC) sont parallèles et $IJ = \frac{1}{2}BC$.
- Si I est le milieu de $[AB]$ et si la parallèle à (BC) passant par I coupe (AC) en J, alors J est le milieu de $[AC]$

- **Triangle rectangle et cercle :**



Soit ABC un triangle quelconque non aplati. Les quatre propriétés suivantes sont équivalentes :

- ABC est rectangle en A.
- A est sur le cercle de diamètre $[BC]$.
- Le milieu O de $[BC]$ est le centre du cercle circonscrit à ABC.
- O étant le milieu de $[BC]$, on a : $OA = \frac{1}{2}BC$

RAPPELS DE TRIGONOMÉTRIE

Dans tout triangle ABC rectangle en A, on a :

$\cos ABC = \frac{\text{côté adjacent}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AB}{BC}$ $\sin ABC = \frac{\text{côté opposé}}{\text{hypoténuse}} = \frac{AC}{BC}$ $\tan ABC = \frac{\text{côté opposé}}{\text{côté adjacent}} = \frac{AC}{AB}$

$(\cos ABC)^2 + (\sin ABC)^2 = 1$ $\tan ABC = \frac{\sin ABC}{\cos ABC}$

Angle Â	0	30°	45°	60°	90°
sin Â	0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1
cos Â	1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0
tan Â	0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	X